

Zadanie 1. Wyznacz odwzorowanie Gaussa:

- (1) walca,
- (2) stożka,
- (3) paraboloidy,
- (4) torusa.

Zadanie 2. Niech S oznacza przekształcenie Weingartena powierzchni M . Wykaż, że:

- (1) jeśli M jest sferą o parametryzacji

$$x(u, v) = (R \cos u \cos v, R \sin u \cos v, R \sin v),$$

$$\text{to } S(x_u) = -\frac{x_u}{R} \text{ oraz } S(x_v) = -\frac{x_v}{R}.$$

- (2) jeśli M jest walcem o parametryzacji

$$x(u, v) = (R \cos u, R \sin u, v),$$

$$\text{to } S(x_u) = -\frac{1}{R}x_u \text{ oraz } S(x_v) = 0,$$

- (3) jeśli M jest torusem o parametryzacji

$$x(u, v) = ((R + r \cos u) \cos v, (R + r \cos u) \sin v, r \sin u),$$

$$\text{to } S(x_u) = -\frac{1}{r}x_u \text{ oraz } S(x_v) = \frac{-\cos u}{R+r \cos u}x_v,$$

- (4) jeśli M jest powierzchnią siodłową o parametryzacji

$$x(u, v) = (u, v, uv),$$

to

$$S(x_u) = \frac{-uv}{(1+u^2+v^2)^{3/2}}x_u + \frac{1+v^2}{(1+u^2+v^2)^{3/2}}x_v,$$
$$S(x_v) = \frac{1+u^2}{(1+u^2+v^2)^{3/2}}x_u + \frac{uv}{(1+u^2+v^2)^{3/2}}x_v.$$