

Zadanie 1. Podziel f przez g , gdzie:

(1) $f(x) = x^4 - x^3 - 34x^2 + 57x - 21$ oraz $g(x) = x^2 - 6x + 3$,

(2) $f(x) = x^4 + 4x^3 + x^2 + 2x + 3$ oraz $g(x) = x^2 + x - 1$,

(3) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 3x - 20$ oraz $g(x) = x + 2$,

(4) $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 4x - 5$ oraz $g(x) = x^2 + 3x - 2$.

Zadanie 2. Rozwiąż następujące równania:

(1) $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8 = 0$,

(2) $x^6 + 2x^4 - 31x^2 + 28 = 0$,

(3) $16x^4 - 24x^3 - 2x + 3 = 0$,

(4) $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4 = 0$,

(5) $x^{13} - x^{12} - x^7 + x^6 = 0$.

Zadanie 3. Rozwiąż następujące nierówności:

(1) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 < 0$,

(2) $(1 - 2x)^3(3x + 2)^2(x - \frac{1}{2}) \geq 0$,

(3) $2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 > 0$,

(4) $(12x^3 - 16x^2 + 7x - 1)^{10}(-10x^2 + 3x + 1)^5 > 0$,

(5) $(x - 4)(x^2 + 5x - 6)(-x^2 + 2x + 1) < 0$,

(6) $-x^4 + 5x^3 - 5x^2 - x + 2 \geq 0$.

Zadanie 4. Dla jakich wartości parametru m równanie $(m + 1)x^2 - 4mx + m + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie?

Zadanie 5. Dla jakich wartości parametru m rozwiązania x_1 oraz x_2 równania

$$\frac{mx}{m-1} + \frac{m+1}{x} = x + 1$$

spełniają nierówność $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 2m + 1$?

Zadanie 6. Rozwiąż następujące równania:

(1) $\frac{x - 20}{x^2 - 4x - 32} + \frac{3x - 18}{x^2 - 13x + 40} = \frac{x - 14}{x^2 - x - 20}$,

(2) $\frac{x - 1}{x^2 - 14x + 45} + \frac{3x - 11}{x^2 - 12x + 35} + \frac{4x - 30}{x^2 - 16x + 63} = 0$,

(3) $\frac{3}{x^2 - 19x + 88} + \frac{8}{x^2 - 8x + 12} = \frac{5}{x^2 - 17x + 66}$,

(4) $\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 + 6x + 8} = \frac{6}{x^2 + 3x - 10}$,

(5) $\frac{x - 3}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2x + 1}{x^2 + x - 6} = \frac{5x - 3}{x^2 + 2x - 3}$.

Zadanie 7. Rozwiąż następujące nierówności:

$$(1) \frac{(x+3)(x-7)}{(x+1)^2(x-2)} \geq 0,$$

$$(2) \frac{4}{x-2} + \frac{1}{x-5} > \frac{4}{x-4},$$

$$(3) \frac{x-1}{x^2-4x+9} < \frac{x-3}{x^2-5x+7},$$

$$(4) \frac{5x-48}{x^2-8x+20} > -1,$$

$$(5) \frac{x-2}{x^2+2} \leq \frac{x+8}{x^2+10x+26}.$$

Zadanie 8. Rozwiąż następujące równania:

$$(1) |x-3| = 1,$$

$$(2) |x+6| = 0,$$

$$(3) |x-5| = -3,$$

$$(4) 4x + |x-6| = 9,$$

$$(5) 5x + |2x-9| = -12,$$

$$(6) |x-4| + |x-5| + |x-9| = 15,$$

$$(7) |x-1| + |x-7| - 2|x-5| = 2,$$

$$(8) |x-1| + |x-3| + |x-7| + |x-11| = 14,$$

$$(9) |x^2 - 10x + 15| = 6,$$

$$(10) ||x-5| - 1| = 1,$$

$$(11) ||x-4| + |x-2| - |x+1|| = 2.$$

Zadanie 9. Rozwiąż następujące nierówności:

$$(1) |x-5| < 2,$$

$$(2) |x+6| \geq 3,$$

$$(3) |x-4| < |x-10|,$$

$$(4) |x+1| \geq |x-9|,$$

$$(5) |x+1| + |x-4| < 11,$$

$$(6) |x| + |x+2| + |x+4| > 9,$$

$$(7) |x^2 - 2x - 8| \leq 4,$$

$$(8) |2x^2 + 6x + 4| \leq |x^2 - 3x + 2|,$$

$$(9) \left| \frac{x-3}{x+1} \right| < \frac{1}{3},$$

$$(10) \left| \frac{x-3}{x-6} \right| \leq 2.$$

Zadanie 10. Rozwiąż następujące równania:

- (1) $8^{3x-5} - 0,125\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{6-5x} = 0,$
- (2) $2 \cdot 16^x - 17 \cdot 4^x = -8,$
- (3) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{11-x} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{3x-1},$
- (4) $15^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 5^{4x-4}.$

Zadanie 11. Rozwiąż następujące równania:

- (1) $\log_3(x - 5) = 2,$
- (2) $\log_{x-2}(x^3 - 14) = 3,$
- (3) $\log_5(x^2 - 1) - \log_5(x + 1) = 3,$
- (4) $x^{\log_2 \sqrt{x}-1} = \sqrt{8},$
- (5) $5 \log_3 x - 2 \log_9 x = 12,$
- (6) $\log |2x - 3| - \log |3x - 2| = 1.$

Zadanie 12. Rozwiąż następujące nierówności:

- (1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{4x} < \frac{1}{64},$
- (2) $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x > -2,$
- (3) $\log_7 \log_{\frac{2}{3}}(x + 11) > 0,$
- (4) $\log_x \left(x^3 - \frac{1}{4}x\right) \leq 1.$

Zadanie 13. Punkt $(1, 0)$ obracamy wokół początku układu współrzędnych o kąt α . Wyznacz współrzędne punktu, który otrzymamy, gdy:

- (1) $\alpha = \frac{\pi}{6},$
- (2) $\alpha = \frac{\pi}{4}.$

Zadanie 14. Wyznacz $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ and $\operatorname{ctg} x$, o ile:

- (1) $\cos x = -\frac{3}{4}$ oraz $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right),$
- (2) $\sin x = -\frac{1}{2}$ oraz $x \in \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right).$

Zadanie 15. Zdecyduj, czy wartość podanego wyrażenia jest liczbą dodatnią czy ujemną.

- (1) $\sin 547^\circ \cos 421^\circ \operatorname{ctg} 123^\circ$
- (2) $\sin 348^\circ - \operatorname{ctg} 909^\circ + \cos 269^\circ$

Zadanie 16. Rozwiąż następujące równania:

- (1) $\cos 4x = -1,$
- (2) $4 \cos^2 x + 4 \sin x = 5,$
- (3) $\sin x + \cos x = 0,$
- (4) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2},$
- (5) $|\sin x| + \sin x = 0.$

Zadanie 17. Rozwiąż następujące nierówności:

- (1) $\sin x > \frac{1}{2},$
- (2) $\sin x + \cos x > 0,$
- (3) $\cos^2 x - 5 \cos x < 0,$
- (4) $|\sin x| > \frac{\sqrt{2}}{2}.$