

**Zadanie 1.** Wyznacz  $z + \omega$ ,  $z \cdot \omega$  oraz  $z/\omega$ , gdzie:

(1)  $z = 3 + 5i$ ,  $\omega = 2 - i$ ,

(2)  $z = -1 + i$ ,  $\omega = -3 + 2i$ ,

(3)  $z = 1$ ,  $\omega = \sqrt{3} + \sqrt{2}i$ .

**Zadanie 2.** Wyznacz moduł i sprzężenie następujących liczb zespolonych:

(1)  $2 - 3i$ ,

(2)  $-\sqrt{2} + \sqrt{7}i$ ,

(3)  $\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ ,

(4)  $(1 - 2i)(3 + i)$ ,

(5)  $i^{17}$ ,

(6)  $\frac{i^{10} - i}{1 + 2i}$ ,

(7)  $(1 + i)^6$ .

**Zadanie 3.** Uprość poniższe wyrażenia.

(1)  $i^{33}$

(2)  $i^5 + i + 1$

(3)  $(1 + i)(-1 + i) + (1 + 2i)^2$

(4)  $\frac{2 - 4i}{1 + i} + (1 + 2i)^2 i^3$

(5)  $\frac{1 + i}{1 - i} - (1 + 2i)(2 + 2i) + \frac{3 - i}{3 + 1}$

(6)  $2i(i - 1) + (\sqrt{3} + i)^3 + (1 + i)(\overline{1 + i})$

(7)  $(3 + 3i)^8$

**Zadanie 4.** Wyraż daną liczbę zespoloną w postaci trygonometrycznej:

(1) 8,

(2)  $6i$ ,

(3)  $1 - i$ ,

(4)  $\sqrt{3} + i$ ,

(5)  $\frac{1 + i}{1 - i}$ ,

(6)  $(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3})^7$ .

**Zadanie 5.** Naskicuj zbiór wszystkich liczb zespolonych spełniających daną (nie)równość:

(1)  $|z| < 1$ ,

(2)  $z + \bar{z} = 1$ ,

(3)  $|z - i| = |z + i|$ .

**Zadanie 6.** Rozwiąż poniższe równania w liczbach zespolonych.

(1)  $z^2 = -1 - i$

(2)  $z^3 = -8$

(3)  $z^2 - 4z + 5 = 0$

(4)  $\bar{z} = i(z - 1)$

(5)  $z^2\bar{z} = z$

(6)  $|z + 3i| = 3|z|$

(7)  $\Re(z(1 + i)) + z\bar{z} = 0$

(8)  $\Re(z^2) + i\Im(\bar{z}(1 + 2i)) = -3$

(9)  $\Im((2 - i)z) = 1$

(10)  $|z| - z = i$