

Zajęcia nr 15

Program zajęć: całka oznaczona - definicja, techniki obliczania całek oznaczonych, zastosowania - pole powierzchni, długość krzywej, objętość brył obrotowych

Zadanie 1. Korzystając z definicji całki Riemanna oblicz

$$\int_0^1 x dx.$$

Zadanie 2. Korzystając z definicji całki Riemanna oblicz

$$\int_0^1 e^{x^2} dx$$

z dokładnością do 0, 1.

Zadanie 3. Oblicz:

a) $\int_1^2 x^2 + x dx$

b) $\int_1^e \ln x dx$

c) $\int_1^4 2xe^{x^2} dx$

d) $\int_{-3}^3 x^2 e^x dx$

Zadanie 4. Oblicz pole figury znajdującej się między wykresem funkcji $f(x) = \sin x$ a osią O_x dla $x \in [0, \pi]$.

Zadanie 5. Oblicz pole figury znajdującej się między wykresem funkcji $f(x) = x^2 - 1$ i wykresem funkcji $g(x) = 1 - x^2$.

Zadanie 6. Oblicz długość wykresu funkcji $y = x^{\frac{2}{3}}$ od $(1, 1)$ do $(8, 4)$.

Zadanie 7. Oblicz długość wykresu funkcji $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ od $x = 1$ do $x = 2$.

Zadanie 8. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót wykresu funkcji $y = \sqrt{x}$ na odcinku $[1, 2]$ dookoła osi O_x .

Zadanie 9. Wyprowadź wzór na objętość kuli, walca i stożka.