Zajęcia nr 12

Program zajęć: *reguła de l'Hospitala, pochodne wyższych rzędów, wzór Taylora*

Zadanie 1. Oblicz następujące granice:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 5x}$ c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2}$ d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$

Zadanie 2. Oblicz następujące granice:

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{e^{2x}}$ c) $\lim\limits_{x\to\pi/2} (x-\pi/2)\operatorname{tg} x$ d) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2 \ln x$

Zadanie 3. Oblicz następujące granice:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^x$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sin x}$ d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$

Zadanie 4. Oblicz f'', gdzie

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$ b) $f(x) = x^2 e^{3x}$ c) $f(x) = \ln(\operatorname{tg} x)$

Zadanie 5. Napisz wzór Taylora rzędu n o środku w punkcie $x_0 = 1$ dla funkcji

$$f(x) = \ln x.$$

Wykorzystaj ten wzór do obliczenia wartości $\ln 2$ z dokładnością do 0,01.

Zadanie 6. Udowodnij, że wzór

$$1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$$

przybliża wartość funkcji $\sqrt{1+x}$ w przedziale $[0, 1]$ z dokładnością do $\frac{1}{16}$.

Zadanie 7. Oblicz wartość $\cos 1$ z dokładnością do $0,01$.