Zajęcia nr 11

Program zajęć: *ekstrema lokalne, monotoniczność funkcji, zadania optymalizacyjne, pokazywanie nierówności*

Zadanie 1. Wyznacz ekstrema lokalne i zbadaj monotoniczność funkcji:

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2$

b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{1+x^2}}$

c) $f(x) = e^{x^2+1}(2x^2 - 3)$

d) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 4}$

Zadanie 2. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x) = e^{\frac{x^2}{x^2-10}}$$

w przedziale $[1, 3]$.

Zadanie 3. W kulę o promieniu R wpisz stożek o największej objętości.

Zadanie 4. Jakie wymiary powinno mieć naczynie w kształcie otwartego walca o objętości V i grubości ścinek a, tak aby ilość materiału potrzebnego do jego produkcji była najmniejsza?

Zadanie 5. Pokaż, ze funkcja $f(x) = xe^{-x^2}$ jest różnowartościowa na przedziale $(2, +\infty)$.

Zadanie 6. Pokaż, że dla każdego $x \in \mathbb{R}$ mamy

$$2x \operatorname{arctg} x \geqslant \ln(1 + x^2).$$

Zadanie 7. Pokaż, że

$$2 \ln x < x - \frac{1}{x}$$

dla $x > 1$.

Zadanie 8. Oblicz przybliżoną wartość:

a) $\sqrt[3]{63}$

b) $\sin(59^\circ)$