

Zajęcia nr 10

Program zajęć: techniki obliczania pochodnych, twierdzenie o wartości średniej, styczna do wykresu funkcji

Zadanie 1. Oblicz pochodne następujących funkcji:

a) $f(x) = x^2 + x^7 + \frac{1}{x^2} + \sqrt[3]{x}$ b) $f(x) = \sin x + 4 \cos x$ c) $f(x) = 2 \ln x - 3 \operatorname{arctg} x$

d) $f(x) = x^2(3 \ln x - 14\sqrt{x})$ e) $f(x) = e^x \operatorname{ctg} x$ f) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

g) $f(x) = e^{x^2+1}$ h) $f(x) = \sin(\cos 4x)$ i) $f(x) = \sin 3x \frac{2x}{x^2+1}$

j) $f(x) = (1 + 14\sqrt{x})^{11}$ k) $f(x) = \frac{xe^{\sqrt{x}+4}}{\cos(14x)+4}$ l) $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)}$

m) $f(x) = x^x$ n) $f(x) = (2x+3)^{1-x}$ o) $f(x) = \operatorname{arctg}(2x+3)$

Zadanie 2. Oblicz pochodną funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ -x^3, & x \geq 0 \end{cases}$$

Zadanie 3. Znajdź styczną do wykresu funkcji $f(x) = x^2 + 3$ w punkcie $x_0 = 1$.

Zadanie 4. Wyznacz równania stycznych do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^3}{3}$ równoległych do prostej $y = 4x + 10$.

Zadanie 5. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją różniczkowalną. Załóżmy, że $f(0) = -3$ i $f'(x) \geq 2$ dla $x \in \mathbb{R}$. Co możemy powiedzieć o $f(1)$?

Zadanie 6. Drogę przebytą przez punkt materialny opisuje funkcja $s : [0, \infty] \rightarrow [0, \infty]$, $s(t) = t^2 + 2t$. Wyznacz prędkość tego punktu w chwili $t_0 = 1$.