

# Zajęcia nr 1

**Program zajęć:** przypomnienie definicji funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji i jej zbioru wartości, składanie funkcji, monotoniczność funkcji, funkcja odwrotna

**Zadanie 1.** Wyznacz dziedzinę poniższych funkcji:

a)  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x - 1}$

b)  $f(x) = \sqrt[4]{-x^2 + 5x - 6}$

c)  $f(x) = \ln \frac{x}{x + 1}$

d)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2^x - \frac{1}{2}}}$

**Zadanie 2.** Wyznacz zbiór wartości funkcji:

a)  $f(x) = \sqrt{-x^2 - 5x - 6}$

b)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

c)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2^x + \frac{1}{2}}}$

**Zadanie 3.** Niech

a)  $f(x) = x^2 + 2x, g(x) = x + 3$

b)  $f(x) = \sin x, g(x) = e^{x+2}$

Wyznacz

1.  $f \circ f$

2.  $g \circ g$

3.  $f \circ g$

4.  $g \circ f$

**Zadanie 4.** Wyznacz  $g \circ f$ , gdzie:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ x - 1, & x \geq 0 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x^4, & x \geq 0. \end{cases}$$

**Zadanie 5.** Przedstaw poniższe funkcje jako złożenie funkcji "prostszych":

a)  $h(x) = \sqrt[3]{\ln(x^2 + 5)}$

b)  $h(x) = e^{14x + \sin x}$

c)  $h(x) = (1 + x^2)^{10}$

d)  $h(x) = \sin\left(\sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + 1}}\right)$

**Zadanie 6.** Zbadaj monotoniczność następujących funkcji:

a)  $f(x) = x^2 + 4x - 3$

b)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 - 1}}$

**Zadanie 7.** Niech funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie dana wzorem  $f(x) = 2^{x^3 + 1}$ . Uzasadnij, że jest ona różnowartościowa, wyznacz jej zbiór wartości i wzór funkcji do niej odwrotnej.